2) a- Soit α un réel différent de 1 et M (2α , 4α , 3α) .

$\overrightarrow{AM} = 2\alpha\vec{i} + 4\alpha\vec{j} + 3\alpha\vec{k} = \alpha(2\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}) = \alpha\overrightarrow{AG}$ et $\alpha \neq 1$ donc $M \in (AG)$ et $M \neq G$.

b- On a : $12\alpha - 12\alpha + 12\alpha - 12 = 12(\alpha - 1) \neq 0$ car $\alpha \neq 1$ donc M n'appartient pas au plan (EBG).

Autrement : $A \notin (EBG)$ donc $(AG) \not\subset (EBG)$ de plus $(AG) \cap (EBG) = \{G\}$ et comme M décrit la droite (AG) privé du point G donc $M \notin (EBG)$

3) a- $\mathcal{V}$ = le volume du tétraèdre MEBG .

$\mathcal{V} = \frac{1}{6}\left|(\overrightarrow{EB} \wedge \overrightarrow{EG}) \cdot \overrightarrow{EM}\right|$ or $\overrightarrow{EM}\begin{pmatrix} 2\alpha \\ 3\alpha \\ 3\alpha - 3 \end{pmatrix}$

Donc $\mathcal{V} = \frac{1}{6}\left|24\alpha - 24\alpha + 24(\alpha - 1)\right| = 4\left|\alpha - 1\right|$.

b- Le volume du tétraèdre AEBG est égal au volume du tétraèdre MEBG pour M = A c'est à dire pour, donc il est égal à 4.

c- Le volume du parallélépipède ABCDEFGH est égal à $2 \times 4 \times 3 = 24$

$\mathcal{V}$ est égal au volume du parallélépipède ABCDEFGH signifie $4\left|\alpha - 1\right| = 24$

signifie $\left|\alpha - 1\right| = 6$ signifie $\alpha = 7$ ou $\alpha = -5$.

Corrigé d'exercice N°3 : 2010 pr

1°) a°) On a : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ d'où $(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC})\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Comme $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} \neq \vec{0}$ alors A, B et C ne sont pas alignés et définissent donc un plan $(\mathscr{P})$.

1°) b°) Le vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ est un vecteur normal au plan $(ABC) = (\mathscr{P})$, d'où :
$(\mathscr{P}) : x + y + z + d = 0$, $d \in \mathbb{R}$.
L'écriture $A(1,0,0) \in (\mathscr{P}) \Leftrightarrow 1 + d = 0 \Leftrightarrow d = -1$ permet alors de conclure :
$(\mathscr{P}) : x + y + z - 1 = 0$.

Note : Méthode alternative 2 acceptable : Vérifications $A \in (\mathscr{P})$, $B \in (\mathscr{P})$ et $C \in (\mathscr{P})$.

Note : Méthode alternative 3 acceptable : Coplanarité de $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$: $\det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 0 \Leftrightarrow \ldots$.

Qarray.tn-Agra Blech- Qarray.tn

Librairie Devoir.TN
53 04 42 33 | 99 06 27 69